

國立臺北商業技術學院 98 學年度研究所碩士班考試入學試題

准考證號碼：□□□□□□ (請考生自行填寫)

財務金融研究所

筆試科目：微積分

共 2 頁，第 1 頁

注意事項

1. 本科目合計 100 分，答錯不倒扣。
2. 請於答案卷上依序作答，並標註清楚題號 (含小題)。
3. 考完請將答案卷及試題一併繳回。

You can always use the result of previous question to answer the next question. For example, you are not able to prove question 1A, however, you still can do question 1B

by assuming  $\varphi(x) = \frac{1}{x^2} \ln \left[ \cosh ux + \frac{(rx^2 + 1 - \cosh \sigma x) \sinh ux}{\sinh \sigma x} \right]$ .

$$1. \quad \varphi(x) = \frac{1}{x^2} \ln \left[ e^{ux} \left( \frac{1+rx^2 - e^{-\sigma x}}{e^{\sigma x} - e^{-\sigma x}} \right) - e^{-ux} \left( \frac{1+rx^2 - e^{\sigma x}}{e^{\sigma x} - e^{-\sigma x}} \right) \right]$$

A. (5points) Show that  $\varphi(x) = \frac{1}{x^2} \ln \left[ \cosh ux + \frac{(rx^2 + 1 - \cosh \sigma x) \sinh ux}{\sinh \sigma x} \right]$  where

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

B. (10 points) Find  $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x)$

$$2. \quad f(t, m) = \frac{m}{t\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{m^2}{2t}}; \quad g(\alpha, m) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} f(t, m) dt, \alpha > 0$$

$$a_k(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^{-\frac{k}{2}} e^{-\alpha t - \frac{m^2}{2t}} dt, k \geq 1$$

$$g_m = \frac{\partial g(\alpha, m)}{\partial m} = a_5(m) - m^2 a_5(m)$$

A. (10points) Show that

$$g_{mm} = \frac{\partial^2 g(\alpha, m)}{\partial m^2} = -3m a_5(m) + m^3 a_7(m)$$

B. (10 points) Show that  $g_{mm}(\alpha, m) = 2\alpha g(\alpha, m)$

C. (10 points) Show that  $g(\alpha, m) \leq \frac{m}{\sqrt{2\pi}} \int_0^m \sqrt{\frac{m}{t}} t^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{m^2}{2t}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \int_m^{\infty} e^{-\alpha t} dt$

D. (5 points) Find  $\lim_{m \rightarrow \infty} g(\alpha, m)$

背面尚有試題

國立臺北商業技術學院 98 學年度研究所碩士班考試入學試題

財務金融研究所

筆試科目：微積分

共 2 頁，第 2 頁

3. 求下列積分。

$$\int_{-1}^4 \max(3y, y^2) dx \quad (10 \text{ 分})$$

$$\int_{-1}^4 \min(3y, y^2) dx \quad (10 \text{ 分})$$

4. 證明  $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ，其中  $|x| < 1$ 。(10 分)

5. 判斷  $\int_{-\infty}^0 \frac{2x^2}{1+x^2+x^4} dx$  的收斂情況。(10 分)

6. 判斷  $\int_{-2}^1 \frac{3}{x^2} dx$  的收斂情況。(10 分)

試題結束